第二章 矩阵

2-1．设

$$A=\begin{pmatrix}2&4&1\\0&3&5\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1&3&1\\2&0&5\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}0&1&2\\-3&-1&3\end{pmatrix},$$

求$3A+2B+C$.

2-2．已知

$$2\begin{pmatrix}2&1&-3\\0&-2&1\end{pmatrix}+3X-\begin{pmatrix}1&-2&2\\3&0&-1\end{pmatrix}=0,$$

求矩阵X.

2-3．计算.

（1）$\begin{pmatrix}a&b&c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$；　（2）$\begin{pmatrix}\lambda&1&0\\0&\lambda&1\\0&0&\lambda\end{pmatrix}^3$；　（3）$\begin{pmatrix}1&2&3\\1&0&1\\2&-1&1\\1&2&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3\\1&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}$；

（4）$\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}^n\quad(n>0)$；　(5) $\begin{pmatrix}x_1, & x_2, & x_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{12}&a_{22}&a_{23}\\a_{13}&a_{23}&a_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{pmatrix}$.

2-4. 用公式法求下列矩阵的逆矩阵

(1) $A=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, 其中$ad-bc\neq 0$；　(2) $A=\begin{pmatrix}1&2&-3\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$.

2-5. 用矩阵的初等变换求逆矩阵

(1) $\begin{pmatrix}3&2&1\\3&1&5\\3&2&3\end{pmatrix}$；　(2) $\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&3&1&2\\1&1&1&-1\\1&0&-2&-6\end{pmatrix}$；　(3) $\begin{pmatrix}3&-2&0&-1\\0&2&2&1\\1&-2&-3&-2\\0&1&2&1\end{pmatrix}$.

2-6. 求矩阵的秩:

(1) $\begin{pmatrix}3&1&0&2\\1&-1&2&-1\\1&3&-4&4\end{pmatrix}$；　(2) $\begin{pmatrix}1&1&2&2&1\\0&2&1&5&-1\\2&0&3&-1&3\\1&1&0&4&-1\end{pmatrix}$；　(3) $\begin{pmatrix}1&-1&2&1&0\\2&-2&4&2&0\\3&0&6&-1&1\\0&3&0&0&1\end{pmatrix}$.

2-7. 解矩阵方程$AX+B=X$，其中

$$A=\begin{pmatrix}4&2&3\\1&1&0\\-1&2&3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&-1\\2&0\\5&-3\end{pmatrix}.$$

2-8. 已知 $AP = PB$，其中 $P = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$， $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$，求 A 与 A^{11}.

2-9. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - 3A + 3E = O$. 证明 $A - 2E$ 可逆，并求其逆矩阵.

2-10. 设 A 为 3 阶方阵，$|A| = \dfrac{1}{2}$，求 $|(2A)^{-1} - 3A^*|$.

2-11. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & \lambda & -1 & 2 \\ 5 & 3 & \mu & 6 \end{pmatrix}$，已知 $r(A) = 2$，求 λ 与 μ 的值.

2-12. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求 A^2，$|A^4|$，A^{-1}.

2-13. 设 s 阶矩阵 A 及 t 阶矩阵 B 都可逆，求

（1）$\begin{pmatrix} \mathbf{0} & A \\ B & \mathbf{0} \end{pmatrix}^{-1}$；　　（2）$\begin{pmatrix} A & B \\ \mathbf{0} & C \end{pmatrix}^{-1}$.