

第 6 章 二次型

6-1. 写出下列二次型的矩阵表示:

$$(1) f(x_1, x_2, x_3) = 3x_2^2 - x_3^2 + 4x_1x_2 - x_1x_3 + 2x_2x_3;$$

$$(2) f(x, y, z) = x^2 - 2xy + y^2 - 4xz - 7z^2 - 4yz;$$

(

3

)

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_1x_4 + 6x_2x_3 - 4x_2x_4.$$

6-2. 用正交变换将下列二次型化为标准形, 并求出相应的正交变换:

$$(1) f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3;$$

$$(2) f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_4 - 2x_2x_3 + 2x_3x_4;$$

6-3. 分别用配方法和初等变换法将下列二次型化为标准形, 并写出相应的可逆线性变换:

$$(1) f(x_1, x_2, x_3) = 4x_2^2 - 3x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3;$$

$$(2) f(x_1, x_2, x_3) = 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

6-4. 试说明下列方程表示的是何种曲面.

$$(1) 2x^2 - 4xy + y^2 - 4yz = 1;$$

$$(2) 3x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 4xy - 4xz - 10yz = 1.$$

6-5. 判断下列二次型的正定性:

$$(1) f(x_1, x_2, x_3) = -2x_1^2 - 6x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 ;$$

$$(2) f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3.$$